

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ .

**5p** a) Să se verifice egalitatea  $A^2 - A = 2I_3$ .

**5p** b) Să se calculeze  $A^{-1}$ .

**5p** c) Să se arate că  $A^{2009} + A^{2008} = 2^{2008}(A + I_3)$ .

2. Se consideră cunoscut că  $(\mathbb{Z}, *, \circ)$  este un inel comutativ, unde  $x * y = x + y - 3$  și  $x \circ y = x \cdot y - 3x - 3y + 12$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{Z}$ .

**5p** a) Să se arate că elementul neutru al legii de compoziție „ $\circ$ ” este 4.

**5p** b) Să se determine  $a, b \in \mathbb{Z}$  astfel încât între inelele  $(\mathbb{Z}, *, \circ)$  și  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$  să existe un izomorfism de forma  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  $f(x) = a \cdot x + b$ .

**5p** c) Să se rezolve în mulțimea  $\mathbb{Z}$  ecuația  $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{\text{de 2009 ori } x} = 2^{2009} + 3$ .