

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

5p a) Să se calculeze rangul matricei A .

5p b) Să se demonstreze că $\det(A^t \cdot A) = 0$.

5p c) Să se determine o matrice nenulă $B \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{Q})$ astfel încât $AB = O_2$.

2. Se știe că (G, \circ) este grup, unde $G = (3, \infty)$ și $x \circ y = (x - 3)(y - 3) + 3$. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow G$, $f(x) = x + 3$.

5p a) Să se calculeze $4 \circ 5 \circ 6$.

5p b) Să se demonstreze că funcția f este un izomorfism de grupuri, de la $((0, \infty), \cdot)$ la (G, \circ) .

5p c) Să se demonstreze că dacă H este un subgrup al lui G care conține toate numerele naturale $k \geq 4$, atunci H conține toate numerele raționale $q > 3$.