

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră permutarea $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix} \in S_5$.

5p a) Să se calculeze σ^{2009} .

5p b) Să se dea exemplu de o permutare $\tau \in S_5$ astfel încât $\tau\sigma \neq e$ și $(\tau\sigma)^2 = e$.

5p c) Să se demonstreze că, pentru orice $\tau \in S_5$, există $p \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $\tau^p = e$.

2. Se consideră $a \in \mathbb{C}$, $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ rădăcinile ecuației $x^3 - 2x^2 + 2x - a = 0$ și determinantul

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_3 & x_1 & x_2 \\ x_2 & x_3 & x_1 \end{vmatrix}.$$

5p a) Pentru $a = 1$, să se determine x_1, x_2 și x_3 .

5p b) Să se arate că, pentru orice $a \in \mathbb{R}$, ecuația are o singură rădăcină reală.

5p c) Să se arate că valoarea determinantului Δ nu depinde de a .