

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Fie  $A(x_A, y_A)$ ,  $B(x_B, y_B)$ ,  $C(x_C, y_C)$  trei puncte din plan și matricea  $M = \begin{pmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ .

**5p** a) Să se arate că, dacă  $A, B, C$  se află pe dreapta de ecuație  $y = 2x$ , atunci  $\det(M) = 0$ .

**5p** b) Să se arate că, dacă triunghiul  $ABC$  este dreptunghic și are catetele de lungime 1, atunci  $\det(M) = \pm 1$ .

**5p** c) Să se arate că, dacă matricea  $M$  este inversabilă, atunci suma elementelor matricei  $M^{-1}$  este 1.

2. Se consideră mulțimea de matrice  $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -3b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**5p** a) Să se arate că, dacă  $X \in A$  și  $Y \in A$ , atunci  $X + Y \in A$ .

**5p** b) Să se arate că, dacă  $X \in A, Y \in A$  și  $XY = O_2$ , atunci  $X = O_2$  sau  $Y = O_2$ .

**5p** c) Admitem cunoscut faptul că  $A$  este inel în raport cu adunarea și înmulțirea matricelor. Să se determine elementele inversabile ale acestui inel.