

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Pentru  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ , se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & -d & c \\ -c & d & a & -b \\ -d & -c & b & a \end{pmatrix}$  și matricea transpusă  $A^t$ .

**5p** a) Pentru  $a = c = 1$  și  $b = d = 0$ , să se calculeze  $\det(A)$ .

**5p** b) Să se arate că  $A \cdot A^t = \alpha \cdot I_4$ , unde  $\alpha = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$ .

**5p** c) Să se demonstreze că dacă  $A \neq O_4$ , atunci  $A$  este inversabilă.

2. Se consideră  $a, b, c \in \mathbb{R}$  și polinomul  $f = X^3 + aX^2 + bX + c$ , cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ , astfel încât  $|x_1| \leq 1, |x_2| \leq 1, |x_3| \leq 1$ .

**5p** a) Să se demonstreze că  $|a| \leq 3$ .

**5p** b) Să se arate că, dacă  $c < 0$ , polinomul are cel puțin o rădăcină reală în intervalul  $(0, \infty)$ .

**5p** c) Să se arate că, dacă  $a = 1, c = -1$ , atunci  $b = -1$ .