

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea $G = \left\{ X = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R}, a > 0 \right\}$.

5p a) Să se arate că dacă $A, B \in G$, atunci $AB \in G$.

5p b) Să se găsească două matrice $C, D \in G$ pentru care $CD \neq DC$.

5p c) Să se arate că dacă $A \in G$, atunci $I_2 - A + A^2 \in G$.

2. Se consideră $a, b, c \in \mathbb{Q}$ și polinomul $f = X^3 + aX^2 + bX + c$.

5p a) Să se determine a, b, c astfel încât polinomul f să aibă rădăcinile $x_1 = x_2 = 1$ și $x_3 = -2$.

5p b) Să se arate că dacă f are rădăcina $\sqrt{2}$, atunci f are o rădăcină rațională.

5p c) Să se arate că dacă $a, b, c \in \mathbb{Z}$, iar numerele $f(0)$ și $f(1)$ sunt impare, atunci polinomul f nu are rădăcini întregi.