

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

5p a) Să se calculeze A^3 .

5p b) Să se afle rangul matricei $I_3 + A + A^t$.

5p c) Să se determine inversa matricei $I_3 + A$.

2. Se consideră $a, b \in \mathbb{R}$ și polinomul $f = X^3 + 4aX^2 + 20X + b$, cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

5p a) Să se determine x_1, x_2, x_3 în cazul $a = 2, b = 0$.

5p b) Să se demonstreze că $(x_1 - x_2)^2 + (x_1 - x_3)^2 + (x_2 - x_3)^2 = 8(4a^2 - 15)$.

5p c) Să se determine a, b astfel încât polinomul f să aibă o rădăcină dublă egală cu $-a$.