

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} x + y + z + t = 1 \\ x - y + z + t = 0 \\ x + y - z + t = 0 \\ x + y + z - t = 0 \end{cases}$$
 și A matricea sistemului.

5p a) Să se calculeze $\det(A)$.

5p b) Să se rezolve sistemul.

5p c) Să se determine A^{-1} .

2. Fie polinomul $f = X^4 + 2X^3 + aX^2 - 2X + 1 \in \mathbb{R}[X]$ și $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ rădăcinile sale.

5p a) Să se calculeze $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$.

5p b) Să se arate că $f(x) = x^2 \left[\left(x - \frac{1}{x} \right)^2 + 2 \left(x - \frac{1}{x} \right) + a + 2 \right], \forall x \in \mathbb{R}^*$.

5p c) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ pentru care toate rădăcinile polinomului f sunt numere reale.