

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră o matrice  $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C})$ . Se notează cu  $A^t$  transpusa matricei  $A$ .

5p a) Să se demonstreze că  $\forall z \in \mathbb{C}, \forall X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C}), \det(zX) = z^3 \det(X)$ .

5p b) Să se demonstreze că  $\det(A - A^t) = 0$ .

5p c) Știind că  $A \neq A^t$ , să se demonstreze că  $\text{rang}(A - A^t) = 2$ .

2. Se consideră polinomul  $f \in \mathbb{Q}[X]$ , cu  $f = X^4 - 5X^2 + 4$ .

5p a) Să se determine rădăcinile polinomului  $f$ .

5p b) Să se determine polinomul  $h \in \mathbb{Q}[X]$ , pentru care  $h(0) = 1$  și ale cărui rădăcini sunt inversele rădăcinilor polinomului  $f$ .

5p c) Știind că  $g$  este un polinom cu coeficienți întregi, astfel încât  $g(-2) = g(-1) = g(1) = g(2) = 2$ , să se arate că ecuația  $g(x) = 0$  nu are soluții întregi.