

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$.

5p a) Să se rezolve ecuația $\det(A - xI_2) = 0$.

5p b) Să se arate că dacă matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ verifică relația $AX = XA$, atunci există $a, b \in \mathbb{C}$ astfel încât $X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$

5p c) Să se determine numărul de soluții ale ecuației $X^3 = A$, $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$.

2. Se consideră mulțimea de funcții $G = \left\{ f_{a,b} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f_{a,b}(x) = ax + b, a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R} \right\}$.

5p a) Să se calculeze $f_{-1,2} \circ f_{-1,2}$, unde „ \circ ” este compunerea funcțiilor.

5p b) Să se demonstreze că (G, \circ) este un grup.

5p c) Să se arate că grupul G conține o infinitate de elemente de ordin 2.