

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Pentru  $x \in \mathbb{C}$  se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} x+1 & x^2-1 \\ 1 & x-1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ .

**5p** a) Să se verifice că  $(A(x))^2 = 2xA(x)$ .

**5p** b) Să se determine toate numerele complexe  $x$  pentru care  $(A(x))^4 + (A(x))^2 = O_2$ .

**5p** c) Să se arate că ecuația  $X^2 = A(0)$ ,  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$  nu are soluții.

2. Se consideră polinomul  $f \in \mathbb{C}[X]$ ,  $f = (X+i)^{100} + (X-i)^{100}$ , care are forma algebrică  
 $f = a_{100}X^{100} + a_{99}X^{99} + \dots + a_1X + a_0$ .

**5p** a) Să se calculeze  $a_{100} + a_{99}$ .

**5p** b) Să se determine restul împărțirii polinomului  $f$  la  $X^2 - 1$ .

**5p** c) Să se demonstreze că polinomul  $f$  are toate rădăcinile reale.