

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & -3 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$.

5p a) Să se arate că ecuația $AX = B$ are o infinitate de soluții $X \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{C})$.

5p b) Să se verifice că $A^3 = 10A$.

5p c) Să se determine rangul matricei A^* , adjuncta matricei A .

2. Se consideră mulțimea $\mathbb{Z}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$, funcția $f : \mathbb{Z}[\sqrt{2}] \rightarrow \mathbb{Z}$,
 $f(a + b\sqrt{2}) = a^2 - 2b^2$, $\forall a, b \in \mathbb{Z}$ și mulțimea $A = \{x \in \mathbb{Z}[\sqrt{2}] \mid f(x) = -1\}$.

5p a) Să se arate că $7 + 5\sqrt{2} \in A$.

5p b) Să se arate că, pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}[\sqrt{2}]$, $f(xy) = f(x)f(y)$.

5p c) Să se arate că mulțimea A este infinită.