

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră sistemul 
$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ ax + by + cz = 0 \\ bcx + acy + abz = 0 \end{cases}, \text{ cu } a, b, c \in \mathbb{R}^* \text{ și } A \text{ matricea sistemului.}$$

**5p** a) Să se calculeze  $\det(A)$ .

**5p** b) Să se rezolve sistemul, în cazul în care  $a, b, c$  sunt distincte două câte două.

**5p** c) Să se determine mulțimea soluțiilor sistemului, în cazul în care  $a = b \neq c$ .

2. Se consideră mulțimea  $M = \left\{ a + b\sqrt{5} \mid a, b \in \mathbb{Z}, a^2 - 5b^2 = 1 \right\}$ .

**5p** a) Să se arate că  $x = 9 + 4\sqrt{5} \in M$ .

**5p** b) Să se demonstreze că  $M$  este grup în raport cu înmulțirea numerelor reale.

**5p** c) Să se demonstreze că mulțimea  $M$  are o infinitate de elemente.