

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Pentru  $p, q, r \in \mathbb{C}$ , se consideră sistemul 
$$\begin{cases} x + py + p^2z = p^3 \\ x + qy + q^2z = q^3 \\ x + ry + r^2z = r^3 \end{cases}.$$

**5p** a) Să se arate că determinantul sistemului este  $\Delta = (p - q)(q - r)(r - p)$ .

**5p** b) Dacă  $p, q, r$  sunt distincte, să se rezolve sistemul.

**5p** c) Să se arate că, dacă sistemul are soluția  $(-1, 1, 1)$ , atunci cel puțin două dintre numerele  $p, q, r$  sunt egale.

2. Se consideră inelul  $(A, +, \cdot)$  unde  $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z}_5 \right\}$ .

**5p** a) Să se determine numărul elementelor mulțimii  $A$ .

**5p** b) Să se rezolve în mulțimea  $A$  ecuația  $X^2 = I_2$ .

**5p** c) Să se arate că  $(A, +, \cdot)$  nu este corp.