

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{N} \right\}$ și matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \in M$.

5p a) Câte matrice din mulțimea M au suma elementelor egală cu 1?

5p b) Să se arate că $A^{-1} \notin M$.

5p c) Să se determine toate matricele inversabile $B \in M$ care au proprietatea $B^{-1} \in M$.

2. Se consideră ecuația $x^4 - 8x^3 + ax^2 + 8x + b = 0$, cu $a, b \in \mathbb{R}$ și cu soluțiile $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$.

5p a) Să se arate că $(x_1 + x_4)(x_2 + x_3) + x_1x_4 + x_2x_3 + (x_1 + x_4)x_2x_3 + (x_2 + x_3)x_1x_4 = a - 8$.

5p b) Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $x_1 + x_4 = x_2 + x_3$.

5p c) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$, astfel încât x_1, x_2, x_3, x_4 să fie în progresie aritmetică.