

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

**5p** a) Să se calculeze  $AB + BA$ .

**5p** b) Să se arate că  $\text{rang}(A + B) = \text{rang } A + \text{rang } B$ .

**5p** c) Să se demonstreze că  $(A + B)^n = A^n + B^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

2. Se consideră polinomul  $f = X^4 + aX^3 + 4X^2 + 1 \in \mathbb{C}[X]$  cu rădăcinile  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{C}$ .

**5p** a) Să se determine  $a \in \mathbb{C}$  astfel încât polinomul  $f$  să se dividă cu  $X + 1$ .

**5p** b) Să se arate că polinomul  $g = X^4 + 4X^2 + aX + 1$  are rădăcinile  $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \frac{1}{x_4}$ .

**5p** c) Să se arate că, pentru orice  $a \in \mathbb{C}$ , polinomul  $f$  nu are toate rădăcinile reale.