

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ și mulțimea $C(A) = \left\{ X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid XA = AX \right\}$.

5p a) Să se arate că $B \in C(A)$.

5p b) Să se arate că dacă $X \in C(A)$, atunci există $x, y \in \mathbb{R}$, astfel încât $X = \begin{pmatrix} x & 0 \\ y & x \end{pmatrix}$.

5p c) Să se rezolve ecuația $X + X^2 = A$.

2. Se consideră mulțimea $G = (-1, 1)$, funcția $f: G \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ și corespondența

$(x, y) \rightarrow x * y$, unde $x * y = \frac{x+y}{1+xy}$, $\forall x, y \in G$.

5p a) Să se arate că această corespondență definește o lege de compoziție pe G .

5p b) Să se arate că $\forall x, y \in G$, $f(x * y) = f(x)f(y)$.

5p c) Știind că operația "*" este asociativă, să se calculeze $\frac{1}{2} * \frac{1}{3} * \dots * \frac{1}{9}$.