

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și funcția $f : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$,

$$f(X) = AX - XA.$$

5p a) Să se determine rangul matricei A .

5p b) Să se calculeze $f(B)$.

5p c) Să se arate că ecuația $f(X) = B$ nu are soluții.

2. Se consideră polinoamele $f, g \in \mathbb{R}[X]$, $f = X^3 + a^2X - a$, $g = aX^3 - a^2X^2 - 1$, cu $a \in \mathbb{R}^*$ și $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ rădăcinile polinomului f .

5p a) Să se calculeze $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$.

5p b) Să se arate că rădăcinile polinomului g sunt inversele rădăcinilor polinomului f .

5p c) Să se arate că polinoamele f și g nu au rădăcini reale comune.