

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$, transpusa $A^t \in \mathcal{M}_{3,2}(\mathbb{R})$, $B = AA^t$, și punctele $P_k(a_k, b_k)$, unde $k \in \{1, 2, 3\}$.

5p a) Să se calculeze B știind că $P_1(1, 2)$, $P_2(2, 4)$, $P_3(-3, -6)$.

5p b) Să se arate că $\det(B) \geq 0$, oricare ar fi punctele P_1, P_2, P_3 .

5p c) Să se arate că $\det(B) = 0$ dacă și numai dacă punctele P_1, P_2, P_3 sunt coliniare pe o dreaptă care trece prin originea axelor.

2. Se consideră mulțimea $M = \left\{ \begin{pmatrix} \hat{1} & a & b \\ \hat{0} & \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} & \hat{1} \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z}_5 \right\}$.

5p a) Să se determine numărul elementelor mulțimii M .

5p b) Să se arate că $AB \in M$, pentru orice $A, B \in M$.

5p c) Să se arate că (M, \cdot) este un grup, unde „ \cdot ” este înmulțirea matricelor.