

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

**1.** Pentru orice matrice  $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$ , se notează  $C(A) = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \mid AX = XA\}$ . Se consideră matricele

$$E_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, E_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, E_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, E_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

**5p** a) Să se arate că dacă  $X, Y \in C(A)$ , atunci  $X + Y \in C(A)$ .

**5p** b) Să se arate că dacă  $E_1, E_2 \in C(A)$ , atunci există  $\alpha \in \mathbb{C}$  astfel încât  $A = \alpha I_2$ .

**5p** c) Să se arate că dacă  $C(A)$  conține trei dintre matricele  $E_1, E_2, E_3, E_4$ , atunci o conține și pe a patra.

**2.** Fie  $a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$  două permutări din grupul  $(S_5, \cdot)$ .

**5p** a) Să se rezolve în  $S_5$  ecuația  $ax = b$ .

**5p** b) Să se determine ordinul elementului  $ab$  în grupul  $(S_5, \cdot)$ .

**5p** c) Fie  $k \in \mathbb{Z}$  cu  $b^k = e$ . Să se arate că 6 divide  $k$ .