

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

5p a) Să se verifice că $AB \neq BA$.

5p b) Să se arate că $A^4 + B^6 = 2I_2$.

5p c) Să se arate că, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, $(AB)^n \neq I_2$.

2. Se consideră șirul $(F_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $F_0 = 0$, $F_1 = 1$, $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$, $\forall n \geq 1$ și polinoamele

$$P, Q_n \in \mathbb{Z}[X], P = X^2 - X - 1, Q_n = X^n - F_n X - F_{n-1}, \forall n \geq 2.$$

5p a) Să se arate că polinomul $X^3 - 2X - 1$ este divizibil cu P .

5p b) Să se determine rădăcinile reale ale polinomului Q_3 .

5p c) Să se arate că, pentru orice $n \geq 2$, polinomul Q_n este divizibil cu P .