

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Matricea $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și șirurile $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}, (y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ verifică $\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}, \forall n \in \mathbb{N}$.

5p a) Să se arate că $x_{n+1}^2 + y_{n+1}^2 = (a^2 + b^2)(x_n^2 + y_n^2), \forall n \in \mathbb{N}$.

5p b) Să se arate că, dacă $a^2 + b^2 \leq 1$, atunci șirurile $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}, (y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sunt mărginite.

5p c) Să se arate că, dacă $a = 1$ și $b = \sqrt{3}$, atunci $x_{n+6} = 64x_n, \forall n \geq 0$.

2. Se consideră corpul $(\mathbb{Z}_{11}, +, \cdot)$.

5p a) Să se arate că ecuația $x^2 = \hat{8}$ nu are soluții în \mathbb{Z}_{11} .

5p b) Să se determine numărul polinoamelor de grad doi din $\mathbb{Z}_{11}[X]$.

5p c) Să se arate că polinomul $X^2 + X + \hat{1}$ este ireductibil în $\mathbb{Z}_{11}[X]$.