

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și funcția $f : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, $f(X) = AX$.

5p a) Să se arate că $f(A) = I_2$.

5p b) Să se arate că $f(X + f(X)) = X + f(X)$, $\forall X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p c) Să se arate că funcția f este bijectivă.

2. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ și mulțimea $M = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid AX = XA\}$.

5p a) Să se arate că dacă $X, Y \in M$, atunci $XY \in M$.

5p b) Să se arate că $G = \{X \in M \mid \det X \neq 0\}$ este grup în raport cu înmulțirea matricelor.

5p c) Să se determine elementele de ordin doi din grupul G , definit la punctul b).