

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Fie matricele  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  și  $\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} \in M_{2,1}(\mathbb{R})$ , cu  $\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}, \forall n \in \mathbb{N}$  și  $x_0 = 1, y_0 = 0$ .

5p a) Să se determine  $x_1, x_2, y_1$  și  $y_2$ .

5p b) Să se arate că  $x_n + y_n \sqrt{2} = (3 + 2\sqrt{2})^n, \forall n \in \mathbb{N}$ .

5p c) Să se arate că  $x_{n+2} - 6x_{n+1} + x_n = 0, \forall n \geq 0$ .

2. Se consideră mulțimile de clase de resturi  $\mathbb{Z}_7 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}, \hat{6}\}$  și  $\mathbb{Z}_6 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}\}$ .

5p a) Să se rezolve în corpul  $(\mathbb{Z}_7, +, \cdot)$  ecuația  $\hat{3}x^2 + \hat{4} = \hat{0}$ .

5p b) Să se determine ordinul elementului  $\hat{3}$  în grupul  $(\mathbb{Z}_7^*, \cdot)$ .

5p c) Să se arate că nu există niciun morfism de grupuri  $f : (\mathbb{Z}_6, +) \rightarrow (\mathbb{Z}_7^*, \cdot)$  cu  $f(\bar{2}) = \hat{3}$ .