

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră mulțimea $G = \left\{ M_{a,b} \mid M_{a,b} = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

5p a) Să se arate că $M_{a,b} \cdot M_{c,d} = M_{a+c,b+d}$, $\forall a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se arate că orice matrice din G este inversabilă.

5p c) Să se calculeze, în funcție de a și b , rangul matricei $M_{a,b} - M_{a,b}^t$ ($M_{a,b}^t$ este transpusa lui $M_{a,b}$).

2. Se consideră un grup (K, \cdot) , unde $K = \{e, a, b, c\}$, e este elementul neutru și $a^2 = b^2 = c^2 = e$.

5p a) Să se rezolve în grupul K ecuația $x^3 = e$.

5p b) Să se arate că $ab = c$.

5p c) Să se arate că grupul (K, \cdot) nu este izomorf cu grupul $(\mathbb{Z}_4, +)$.