

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $A^2 = 2A$.

5p a) Să se arate că matricea $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$ verifică relația $B^2 = 2B$.

5p b) Să se arate că, dacă $a + d \neq 2$, atunci $A = O_2$ sau $A = 2I_2$.

5p c) Să se arate că, dacă $a + d = 2$, atunci $\det(A) = 0$.

2. Se consideră polinoamele $f, g \in \mathbb{Q}[X]$, $f = X^4 - 1$, $g = X^6 - 1$.

5p a) Să se arate că un cel mai mare divizor comun al polinoamelor f și g este $X^2 - 1$.

5p b) Să se determine numărul soluțiilor complexe distincte ale ecuației $f(x)g(x) = 0$.

5p c) Să se descompună polinomul f în factori ireductibili în $\mathbb{Q}[X]$.