

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră mulțimile  $P = \{S \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid S^t = S\}$  și  $Q = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid A^t = -A\}$ .

5p a) Să se arate că  $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \in P$  și  $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \in Q$ .

5p b) Să se arate că, dacă  $A, B \in Q$ , atunci  $AB \in P$ .

5p c) Să se arate că  $\det(X) \geq 0$ , oricare ar fi  $X \in Q$ .

2. Se consideră polinoamele  $f = X^3 + 2X^2 + 3X + 45 \in \mathbb{Z}[X]$  și  $\hat{f} = X^3 + X + 1 \in \mathbb{Z}_2[X]$ .

5p a) Să se arate că rădăcinile din  $\mathbb{C}$  ale polinomului  $f$  nu sunt toate reale.

5p b) Să se arate că polinomul  $\hat{f}$  nu are rădăcini în  $\mathbb{Z}_2$ .

5p c) Să se demonstreze că polinomul  $f$  nu poate fi scris ca produs de două polinoame neconstante, cu coeficienți întregi.