

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Fie mulțimea  $M = \left\{ \begin{pmatrix} x & 3y \\ y & x \end{pmatrix} \mid x, y \in \mathbb{Z} \right\}$  și matricea  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

**5p** a) Să se arate că dacă  $Y \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$  și  $AY = YA$ , atunci  $Y \in M$ .

**5p** b) Să se arate că dacă  $X \in M$  și  $\det(X) = 0$ , atunci  $X = O_2$ .

**5p** c) Să se arate că  $A^n \in M, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

2. Se consideră polinomul  $f = X^5 - X^4 + 3X^3 - X^2 - 2 \in \mathbb{C}[X]$ .

**5p** a) Să se determine o rădăcină întreagă a polinomului  $f$ .

**5p** b) Să se calculeze  $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_5^2$ , unde  $x_1, x_2, \dots, x_5$  sunt rădăcinile polinomului  $f$ .

**5p** c) Să se arate că  $f$  are o singură rădăcină reală.