

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} ax + y + z = 4 \\ x + 2y + 3z = 6, \text{ cu } a, b \in \mathbb{R}. \\ 3x - y - 2z = b \end{cases}$$

5p a) Să se determine a, b pentru care sistemul are soluția $(1, 1, 1)$.

5p b) Să se determine a, b astfel încât sistemul să fie incompatibil.

5p c) Să se arate că pentru orice $a \in \mathbb{Z}$ există $b \in \mathbb{Z}$ astfel încât sistemul să admită soluții cu toate componentele numere întregi.

2. Se consideră mulțimea de matrice $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & a & \hat{0} \\ b & c & a \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{Z}_2 \right\}$.

5p a) Să se determine numărul elementelor mulțimii A .

5p b) Să se arate că, pentru orice $X \in A$, $X^2 = I_3$ sau $X^2 = O_3$.

5p c) Să se determine numărul matricelor X din mulțimea A care au proprietatea $X^2 = O_3$.