

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Fie sistemul
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + my + z = 1 \\ x + my + mz = -2 \end{cases}, \text{ cu } m \in \mathbb{R} \text{ și matricea } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 \\ 1 & m & m \end{pmatrix}.$$

5p a) Să se calculeze $\det(A)$.

5p b) Să se arate că $\text{rang}(A) \neq 2$, oricare ar fi $m \in \mathbb{R}$.

5p c) Să se determine valorile întregi ale lui $m \neq 1$, pentru care sistemul are soluție cu componente întregi.

2. Fie permutările $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, \beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, elemente ale grupului (S_4, \cdot) .

5p a) Să se verifice că γ este soluție a ecuației $\alpha x = x\beta$.

5p b) Să se arate că $\alpha^4 = \beta^4$.

5p c) Să se determine o soluție a ecuației $x\beta^3 = \alpha^3 x$ în S_4 .