

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricele $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ și $B = A + A^t$, unde A^t este transpusa matricei A .

5p a) Să se arate că $B^t = B$.

5p b) Să se demonstreze că, dacă $B = 2I_2$, atunci $\det(A) \geq 1$.

5p c) Să se demonstreze că, dacă $x, y \in \mathbb{C}$ și matricea $xA + yA^t$ este inversabilă, atunci $x + y \neq 0$.

2. Se consideră ecuația $x^3 + px + q = 0$, $p, q \in \mathbb{R}$, și x_1, x_2, x_3 soluțiile complexe ale acesteia.

5p a) Știind că $p = 1$ și $q = 0$, să se determine x_1, x_2, x_3 .

5p b) Să se determine p și q știind că $x_1 = 1 + i$.

5p c) Să se arate că $12(x_1^7 + x_2^7 + x_3^7) = 7(x_1^3 + x_2^3 + x_3^3)(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)^2$.