

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Pentru orice două matrice  $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  se definește matricea  $[A, B] = AB - BA$ .

5p a) Pentru  $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ , să se calculeze  $[A, A^2]$ .

5p b) Să se arate că, pentru orice  $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ,  $[A, A^*] = O_2$ , unde  $A^*$  este adjuncta matricei  $A$ .

5p c) Să se arate că, pentru orice  $A, B, C \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ ,  $[A, [B, C]] + [B, [C, A]] + [C, [A, B]] = O_2$ .

2. Se consideră intervalul  $H = (0, 1)$ .

5p a) Să se arate că relația  $a \circ b = \frac{ab}{ab + (1-a)(1-b)}$  definește o lege de compoziție pe  $H$ .

5p b) Să se arate că funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow (0, 1)$ ,  $f(x) = \frac{x}{x+1}$  are proprietatea  $f(xy) = f(x) \circ f(y)$ ,  $\forall x, y > 0$ , unde legea " $\circ$ " este definită la punctul a).

5p c) Știind că legea " $\circ$ " definită la punctul a) este asociativă, să se rezolve în mulțimea  $(H, \circ)$  ecuația

$$x \circ x \circ x = \frac{1}{2}.$$