

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

5p a) Să se rezolve ecuația $\det(I_3 + xA^2) = 0$, $x \in \mathbb{R}$.

5p b) Să se determine o matrice $B \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ cu proprietatea $B^2 = A$.

5p c) Să se arate că $\forall C \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}), \forall x \in \mathbb{R}, \det(C + xA)\det(C - xA) \leq (\det C)^2$.

2. Se consideră polinomul $p = X^3 - X + m$ cu $m \in \mathbb{R}$ și cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

5p a) Știind că $m = -6$, să se determine x_1, x_2, x_3 .

5p b) Să se calculeze $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4$.

5p c) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ pentru care polinomul p are toate rădăcinile întregi.