

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} x - y - mz = 1 \\ mx + y + mz = 1 - m, \quad m \in \mathbb{R}. \\ mx + 3y + 3z = -1 \end{cases}$$

5p a) Să se calculeze determinatul matricei sistemului.

5p b) Să se arate că, pentru orice $m \in \mathbb{R}$, matricea sistemului are rangul cel puțin egal cu 2.

5p c) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ pentru care sistemul este incompatibil.

2. Se consideră $\alpha > 0$ un număr real și mulțimea $G_\alpha = (\alpha, \infty)$. Pe \mathbb{R} se definește legea de compoziție $x * y = 3xy - 6(x + y) + 7\alpha$.

5p a) Să se arate că pentru $\alpha = 2$, cuplul $(G_2, *)$ este grup abelian.

5p b) Să se arate că grupurile $(G_2, *)$ și (\mathbb{R}_+^*, \cdot) sunt izomorfe, prin funcția $f : G_2 \rightarrow \mathbb{R}_+^*, f(x) = 3x - 6$.

5p c) Să se arate că, pentru orice $\alpha \geq 2$, mulțimea G_α este parte stabilă a lui \mathbb{R} în raport cu operația „*”.