

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Fie permutarea $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix} \in S_5$ și mulțimea $A = \{\sigma^n \mid n \in \mathbb{N}^*\}$.

5p a) Să se determine numărul inversiunilor lui σ .

5p b) Să se determine numărul elementelor mulțimii A .

5p c) Fie $\tau \in S_5$ astfel încât $\tau\sigma^2 = \sigma^2\tau$. Să se arate că $\tau\sigma = \sigma\tau$.

2. Fie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ o funcție și mulțimea $H = \{T \in \mathbb{R} \mid f(x+T) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}\}$.

5p a) Să se arate că, dacă $T \in H$, atunci $-T \in H$.

5p b) Să se demonstreze că H este subgrup al grupului $(\mathbb{R}, +)$.

5p c) Să se determine mulțimea H pentru funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \{x\}$.