

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră sistemul de ecuații liniare cu coeficienți reali
$$\begin{cases} x + ay + (b + c)z = 0 \\ x + by + (c + a)z = 0 \\ x + cy + (a + b)z = 0 \end{cases}$$

5p a) Să se calculeze determinantul matricei sistemului.

5p b) Să se arate că, pentru orice $a, b, c \in \mathbb{R}$, sistemul admite soluții nenule.

5p c) Să se rezolve sistemul, știind că $a \neq b$ și că $(1, 1, 1)$ este soluție a sistemului.

2. Se consideră mulțimea $G = \left\{ \begin{pmatrix} x & iy \\ iy & x \end{pmatrix} \mid x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \neq 0 \right\}$.

5p a) Să se demonstreze că G este parte stabilă în raport cu înmulțirea matricelor din $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$.

5p b) Să se arate că (G, \cdot) este grup abelian.

5p c) Să se arate că funcția $f : (\mathbb{C}^*, \cdot) \rightarrow (G, \cdot)$ cu $f(x + iy) = \begin{pmatrix} x & iy \\ iy & x \end{pmatrix}$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$ este izomorfism de grupuri.