

SUBIECTUL II (30p)

1. Fie A matricea coeficienților sistemului
$$\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ 3x - y + mz = 0 \\ -x + 2y + z = 0 \end{cases}, \text{ unde } m \in \mathbb{R}.$$

5p a) Să se calculeze $\det(A)$.

5p b) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât sistemul să admită soluții nenule.

5p c) Să se arate că, dacă $m = 0$, atunci expresia $\frac{z_0^2 + y_0^2 + x_0^2}{z_0^2 - y_0^2 - x_0^2}$ este constantă, pentru orice soluție nenulă (x_0, y_0, z_0) a sistemului.

2. Se consideră $a, b \in \mathbb{R}$ și polinomul $f = X^4 - 4X^3 + 6X^2 + aX + b$, care are rădăcinile complexe x_1, x_2, x_3, x_4 .

5p a) Să se determine a și b știind că f are rădăcina i .

5p b) Să se calculeze $(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_3 - 1)^2 + (x_4 - 1)^2$.

5p c) Să se determine valorile reale ale numerelor a și b știind că toate rădăcinile polinomului f sunt reale.