

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Fie matricea $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, care are toate elementele egale cu 1.

5p a) Să se demonstreze că $A^2 = 3A$.

5p b) Să se calculeze $\det(I_3 + A^3)$.

5p c) Să se demonstreze că dacă $B \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ este o matrice cu proprietatea $AB = BA$, atunci suma elementelor de pe fiecare linie și de pe fiecare coloană ale lui B este aceeași.

2. Fie $\varepsilon = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ și $\mathbb{Q}(\varepsilon) = \{a + b\varepsilon \mid a, b \in \mathbb{Q}\}$.

5p a) Să se arate că $\varepsilon^2 \in \mathbb{Q}(\varepsilon)$.

5p b) Să se demonstreze că inversul oricărui element nenul din $\mathbb{Q}(\varepsilon)$ aparține mulțimii $\mathbb{Q}(\varepsilon)$.

5p c) Să se arate că mulțimea $M = \{a^2 - ab + b^2 \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ este parte stabilă a lui \mathbb{Z} în raport cu înmulțirea.