

SUBIECTUL II (30p)

1. Fie $m \in \mathbb{R}$ și $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & m & -1 \\ 3m+4 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

5p a) Să se calculeze $\det(A)$.

5p b) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât matricea A să fie inversabilă.

5p c) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $A^{-1} = A^*$.

2. Se consideră corpul $(\mathbb{Z}_3, +, \cdot)$ și polinoamele $f, g \in \mathbb{Z}_3$, $f = X^3 - X$, $g = X^3 + 2X + 2$.

5p a) Să se determine rădăcinile din \mathbb{Z}_3 ale polinomului f .

5p b) Să se arate că polinomul g este ireductibil în $\mathbb{Z}_3[X]$.

5p c) Să se determine toate polinoamele $h \in \mathbb{Z}_3[X]$ de gradul trei, astfel încât $h(x) = g(x)$, oricare ar fi $x \in \mathbb{Z}_3$.