

**Ministerul Educației, Cercetării și Inovării**  
**Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar**

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră sistemul de ecuații liniare 
$$\begin{cases} x_1 - x_2 = a \\ x_3 - x_4 = b \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \end{cases}, \text{ unde } a, b \in \mathbb{R}.$$

**5p** a) Să se arate că, pentru orice valori ale lui  $a$  și  $b$ , sistemul este compatibil.

**5p** b) Să se determine  $a, b \in \mathbb{R}$  astfel încât sistemul să admită o soluție  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$  cu proprietatea că  $x_1, x_2, x_3, x_4$  și  $x_1 + x_2$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

**5p** c) Să se demonstreze că, dacă sistemul are o soluție cu toate componentele strict pozitive, atunci  $a + b < 1$ .

2. Fie polinomul  $f = X^3 - 3X^2 + 5X + 1 \in \mathbb{R}[X]$  și  $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$  rădăcinile sale.

**5p** a) Să se calculeze  $(1 - x_1)(1 - x_2)(1 - x_3)$ .

**5p** b) Să se arate că polinomul  $f$  nu are nicio rădăcină întreagă.

**5p** c) Să se calculeze  $x_1^2 x_2 + x_1^2 x_3 + x_2^2 x_1 + x_2^2 x_3 + x_3^2 x_1 + x_3^2 x_2$ .