

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Fie M mulțimea matricelor de ordin 3 cu elemente reale având proprietatea că suma elementelor fiecărei linii este 0.

5p a) Să se arate că, dacă $A, B \in M$, atunci $A + B \in M$.

5p b) Să se arate că orice matrice din M este neinvertibilă.

5p c) Să se demonstreze că, dacă $A \in M$, atunci $A^2 \in M$.

2. Se consideră inelele $\mathbb{Z}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ și $\mathbb{Z}[\sqrt{3}] = \{a + b\sqrt{3} \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$.

5p a) Să se arate că, dacă $x \in \mathbb{R}$ și $x^2 = 3 + 2\sqrt{2}$, atunci $x \in \mathbb{Z}[\sqrt{2}]$.

5p b) Să se arate că $\mathbb{Z}[\sqrt{2}] \cap \mathbb{Z}[\sqrt{3}] = \mathbb{Z}$.

5p c) Să se demonstreze că nu există morfisme de inele de la $\mathbb{Z}[\sqrt{2}]$ la $\mathbb{Z}[\sqrt{3}]$.