

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ și mulțimea $G = \{X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid AXA^t = O_2\}$, unde A^t este transpusa matricei A .

5p a) Să se arate că dacă $X, Y \in G$, atunci $X + Y \in G$.

5p b) Să se arate că, dacă $X \in G$, atunci suma elementelor lui X este egală cu 0.

5p c) Să se arate că dacă $X \in G$ și $\det X = 0$, atunci $X^n \in G$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

2. Se consideră polinomul $f = X^4 - 6X^3 + 18X^2 - 30X + 25 \in \mathbb{C}[X]$.

5p a) Să se arate că polinomul f se divide cu $X^2 - 2X + 5$.

5p b) Să se arate că polinomul f nu are nicio rădăcină reală.

5p c) Să se arate că rădăcinile polinomului f au același modul.