

**SUBIECTUL II (30p)**

1. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .

5p a) Să se calculeze  $A^3$ .

5p b) Să se determine  $(A \cdot A^t)^{-1}$ .

5p c) Să se rezolve ecuația  $X^2 = A$ ,  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ .

2. Fie  $a, b \in \mathbb{R}$  și polinomul  $f = X^{30} - 3X^{20} + aX^{10} + 3X^5 + aX + b \in \mathbb{R}[X]$ .

5p a) Să se arate că restul împărțirii polinomului  $f$  la  $X + 1$  nu depinde de  $a$ .

5p b) Să se determine  $a$  și  $b$  astfel încât restul împărțirii polinomului  $f$  la  $X^2 - X$  să fie  $X$ .

5p c) Să se determine  $a$  și  $b$  astfel încât polinomul  $f$  să fie divizibil cu  $(X - 1)^2$ .