

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Fie $a, b, c \in \mathbb{R}^*$ și matricea $A = \begin{pmatrix} a & a-b & a-b \\ 0 & b & b-c \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$.

5p a) Să se arate că A este matrice inversabilă.

5p b) Să se demonstreze că $A^n = \begin{pmatrix} a^n & a^n - b^n & a^n - b^n \\ 0 & b^n & b^n - c^n \\ 0 & 0 & c^n \end{pmatrix}$, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}^*$.

5p c) Să se calculeze A^{-1} .

2. Fie $f \in \mathbb{R}[X]$ un polinom astfel încât $f(X^2 + 3X + 1) = f^2(X) + 3f(X) + 1$ și $f(0) = 0$.

5p a) Să se determine $f(-1)$.

5p b) Să se determine restul împărțirii polinomului f la $X - 5$.

5p c) Să se demonstreze că $f = X$.