

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră $n \in \mathbb{N}^*$ și matricea $A_n \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, care are elementele de pe diagonală principală egale cu 2 și restul elementelor egale cu 1.

5p a) Să se calculeze $\det(2A_2)$.

5p b) Să se determine $x \in \mathbb{R}$ pentru care $\det(A_3 + xI_3) = 0$.

5p c) Să se arate că A_4 are inversă, aceasta având elementele de pe diagonală principală egale cu $\frac{4}{5}$ și restul elementelor egale cu $-\frac{1}{5}$.

2. Fie $a, b, c \in \mathbb{R}$ și polinomul $f = X^3 - aX^2 + bX - c \in \mathbb{R}[X]$ cu rădăcinile $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$.

5p a) Să se determine a, b, c pentru care $x_1 = 2$ și $x_2 = 1 + i$.

5p b) Să se arate că resturile împărțirii polinomul f la $(X - 1)^2$ și la $(X - 2)^2$ nu pot fi egale, pentru nicio valoare a parametrilor a, b, c .

5p c) Să se arate că, dacă toate rădăcinile polinomului f sunt reale și a, b, c sunt strict pozitive, atunci x_1, x_2, x_3 sunt strict pozitive.