

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Pentru orice matrice $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ se notează $tr(A) = a + d$.

5p a) Să se verifice că $A^2 - tr(A) \cdot A + (\det A) \cdot I_2 = 0_2$.

5p b) Să se demonstreze că, dacă $tr(A) = 0$, atunci $A^2 B = B A^2$, pentru orice matrice $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p c) Să se arate că dacă $tr(A) \neq 0$, $B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ și $A^2 B = B A^2$, atunci $AB = BA$.

2. Fie $a, b \in \mathbb{R}$ și polinomul $f = X^4 - 6X^3 + 13X^2 + aX + b \in \mathbb{R}[X]$.

5p a) Să se calculeze suma pătratelor celor 4 rădăcini complexe ale polinomului f .

5p b) Să se determine a, b astfel încât polinomul f să fie divizibil cu $(X - 1)(X - 3)$.

5p c) Să se determine a, b astfel încât polinomul f să aibă două rădăcini duble.