

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL II (30p)

1. Fie sistemul de ecuații liniare
$$\begin{cases} mx + y - z = 1 \\ x + y - z = 2, \text{ unde } m \in \mathbb{R}. \\ -x + y + z = 0 \end{cases}$$

- 5p** a) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât matricea sistemului să aibă rangul 2.
- 5p** b) Să se determine $m \in \mathbb{R}$ astfel încât sistemul să aibă soluții $(x_0, y_0, z_0) \in \mathbb{R}^3$ care verifică relația $x_0 + y_0 + z_0 = 4$.
- 5p** c) Să se determine $m \in \mathbb{Z}$ astfel încât sistemul să aibă o soluție unică $(x_0, y_0, z_0) \in \mathbb{Z}^3$.
2. Fie $p \in \mathbb{R}$ și polinomul $f = X^4 - 4X + p \in \mathbb{R}[X]$.
- 5p** a) Să se determine p astfel încât polinomul f să fie divizibil cu $X + 1$.
- 5p** b) Să se determine p astfel încât polinomul f să aibă o rădăcină reală dublă.
- 5p** c) Să se arate că, pentru orice $p \in \mathbb{R}$, polinomul f nu are toate rădăcinile reale.