

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \ln x - \frac{2(x-1)}{x+1}$.

5p a) Să se calculeze derivata funcției f .

5p b) Să se determine punctele graficului funcției f în care tangenta la grafic este paralelă cu dreapta de ecuație $9y = 2x$.

5p c) Să se arate că, dacă $x > 1$, atunci $\ln x \geq \frac{2(x-1)}{x+1}$.

2. Se consideră funcția $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x^2}$ și șirul $(a_n)_{n \geq 1}, a_n = f(1) + f(2) + \dots + f(n)$.

5p a) Să se arate că $f(k+1) \leq \int_k^{k+1} f(x) dx \leq f(k), \forall k \in (0, \infty)$.

5p b) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_1^n f(x) dx, n \in \mathbb{N}$.

5p c) Să se arate că șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ este convergent.