

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$, $f(x) = \frac{2x+1}{x+2}$ și șirul $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ dat de $x_0 = 2$, $x_{n+1} = f(x_n)$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

5p a) Să se determine asimptotele graficului funcției f .

5p b) Să se arate că șirul $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$, are limita 1.

5p c) Să se arate că șirul $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ dat de $y_n = x_0 + x_1 + x_2 + \dots + x_n - n$, este convergent.

2. Se consideră funcțiile $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + \cos x$ și $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x \int_0^x f(t) dt$.

5p a) Să se calculeze $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$.

5p b) Să se arate că F este funcție pară.

5p c) Să se determine intervalele de monotonie ale funcției F .