

Ministerul Educației, Cercetării și Inovării
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p)

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)(x-3)(x-5)(x-7)$.

5p a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^4}$.

5p b) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)^{\frac{1}{x}}$.

5p c) Să se arate că ecuația $f'(x) = 0$ are exact trei rădăcini reale.

2. Se consideră funcțiile $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_n(x) = \frac{1}{n^2 + x^2}$, $n \in \mathbb{N}^*$.

5p a) Să se calculeze aria suprafeței cuprinse între graficul funcției f_1 , axele de coordonate și dreapta $x = 1$.

5p b) Să se calculeze $\int_0^1 x(f_1(x))^2 dx$.

5p c) Să se arate că $\lim_{n \rightarrow \infty} n(f_n(1) + f_n(2) + f_n(3) + \dots + f_n(n)) = \frac{\pi}{4}$.